Université de M'sila Faculté des sciences
Département de Physique
Master M1: Physique théorique

Examen: Electromagnétisme avancé

16/02/2022 Durée 1h: 30

Exercice 1

a/ Donner les équations de Maxwell dans:

1. Le vide
2. les milieux diélectriques
3. les milieux matériels, homogènes, linéaires et isotropes

b/ Dans le vide, au voisinage de tout point où les charges et les courants sont nuls, on a l'onde électromagnétique suivante: $\vec{E} = E_0 \cos(\alpha z) sin\,(\omega t - k_x)\overrightarrow{u_y}$

1. Réécrire les équations de Maxwell dans ce cas
2. A l'aide des équations de Maxwell, calculer les composantes du champ magnétique $\vec{B}$
3. Vérifier que $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$.

Exercice 2

- Trouver les valeurs de $\vec{E}$, $\vec{P}$ et χ_e dans un diélectrique avec $\varepsilon_r = 2{,}8$ et $D = 3.0 \times 10^{-7}$(Cm−2).

Exercice 3

Dans une substance de conductivité $\gamma = 5.0\ Sm^{-1}$ et de permittivité relative $\varepsilon_r = 1$, le champ électrique pour intensité $E = 250\ sin\ (10^{10}t)\ Vm^{-1}$

1. Trouver les densités de courant de conduction et de déplacement ; sachant que $\vec{J_c} = \gamma\vec{E}$, $\vec{J_d} = \varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$.
2. Pour quelle fréquence ces deux densités auraient-elles la même amplitude ?

Exercice 4

Soit un long solénoïde ayant 800 tours/mètre. A l'intérieur du solénoïde le champ magnétique est de 0.05T, il est rempli avec un matériau paramagnétique avec χ_m= 1.5 $\times$ 10^4

1. Calculer l'excitation magnétique $\vec{H}$ dans le matériau.
2. Calculer l'aimantation $\vec{M}$ dans le matériau.

Exercice 5

Considérons l'atome de Bohr, formé d'un électron de masse et de charge en orbite circulaire autour d'un proton supposé fixe. L'orbite de cet électron est parcourue en une période, l'intensité électrique correspondante vaut donc

$$I = \frac{-|q_e|}{T} = -|q_e|\frac{\omega}{r}$$

où ω la vitesse angulaire de l'électron.

1. Déterminer le moment magnétique $\vec{M}$ créé par cette boucle de courant. Si nous considérons le moment cinétique orbital de l'électron $\vec{L} = m_e\vec{r}\wedge\vec{v}$
2. Déterminer la nouvelle forme de de $\vec{M}$ en fonction de q_e, m_e, $\vec{L}$.

Données : $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F m^{-1} , F = C/V = 1 m^{-2} kg^{-1} s^4 A^2, S = 1 m^{-2} kg^{-1} s^3 A^2
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ kg m A^{-2} s^{-2} , ou $4\pi \times 10^{-7}$ T m/A ou $4\pi \times 10^{-7}$ H m^{-1}.

Correction d'examen
Electromagnétisme avancé

Exercice 1 (7,5 p)

a/ Les équations de Maxwell dans le vide

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t} & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\delta\vec{E}}{\delta t} & 0{,}25 \end{cases}$$

Equations de Maxwell dans les milieux diélectrique.

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t} & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu\varepsilon\frac{\delta\vec{E}}{\delta t} & 0{,}25 \end{cases}$$

Equations de Maxwell dans les milieux L.H.I

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t} & 0{,}25 \\ \vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu\vec{J} + \mu\varepsilon\frac{\delta\vec{E}}{\delta t} & 0{,}25 \end{cases}$$

b/ 1) Les équations de Maxwell dans le vide où les charges et les courants sont nuls.

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 \quad 0{,}25$$
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \quad 0{,}25$$
$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t} \quad 0{,}25$$
$$\vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\delta\vec{E}}{\delta t} \quad 0{,}25$$

2) $\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{\delta t}$

$$\Rightarrow \begin{cases} B_x = \frac{E_0\alpha}{\omega}\sin(\alpha z)\cos(\omega t - kx) & 0{,}75 \\ B_y = 0 & 0{,}75 \\ B_z = -\frac{kE_0}{\omega}\cos(\alpha z)\sin(\omega t - kx) & 0{,}75 \end{cases}$$

3) $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} \overset{?}{=} 0$ 0,5

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = \frac{\delta B_x}{\delta x} + \frac{\delta B_y}{\delta y} + \frac{\delta B_z}{\delta z}$$

$$= -\frac{kE_0\alpha}{\omega}\sin(\alpha z)\sin(\omega t - kx)$$

$$+\frac{kE_0\alpha}{\omega}\sin(\alpha z)\sin(\omega t - kx)$$

0,75

$$= 0$$

Exercice 2 (4,5 p)

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ (0,5)

$\|\vec{D}\| = \varepsilon \|\vec{E}\|$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = 24,78 \times 10^{-12}\ F.m^{-1}$

$\boxed{E = 0,12 \times 10^{5}\ V.m^{-1}}$ (1)

$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ (0,5)

$\boxed{\chi_e = 1,8}$ (1)

$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$ (0,5)

$\|\vec{P}\| = \varepsilon_0 \chi_e \|\vec{E}\|$

$\boxed{P = 1,91 \times 10^{-7}\ C\ m^{-2}}$ (1)

Exercice 3 (3 p)

$\vec{\delta}_c = \gamma \vec{E}$

$\vec{\delta}_d = \varepsilon \dfrac{\delta \vec{E}}{\delta t}$

$\delta_c = 1250 \sin(10^{10} t)\ V.m^{-1}$

$\delta_d = 22.12 \cos(10^{10} t)\ V.m^{-1}$

La fréquence pour deux densités auraient elles la même amplitude

$\Rightarrow 1250 = \varepsilon \omega$

$\Rightarrow 1250 = \varepsilon 2\pi f$

$f = \dfrac{1250}{2\pi \varepsilon} = 22.49 \times 10^{12}\ S/F$

$\dfrac{S}{F} = \dfrac{m^{-2} . kg^{-1} s^{3} . A^{2}}{m^{-2}\ kg^{-1} s^{4} A^{2}} = \dfrac{1}{s} = Hz$

$\boxed{f = 22.49 \times 10^{12}\ Hz}$ (1)

Exercice 4 (3 p)

$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ (0,5)

$\|\vec{B}\| = \mu_0 \mu_r \|\vec{H}\|$

$\mu_r = 2,5 \times 10^{4}$

$H = \dfrac{B}{\mu_0 \mu_r} = \boxed{2,65\ A.m^{-1}}$ (1)

$\|\vec{M}\| = \chi_m \|\vec{H}\|$ (0,5)

$\boxed{M = 4 \times 10^{4}\ A.m^{-1}}$ (1)

Exercice 5 (2 p)

La solution dans le cours.