

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I: (2 điểm) : Cho hàm số: $y=x^4-2x^2+1$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số

2. Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 + 1 + \log_2 m = 0$ ($m > 0$)

Câu II: (2 điểm) : 1. Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \geq x - 1$

2. Giải phương trình : $\cos^3 x \cos 3x + \sin^3 x \sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Câu III: (1 điểm) : Tính tích phân : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{7 \sin x - 5 \cos x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$

Câu IV: (1 điểm) : Cho hình chóp đều S.ABCD có độ dài cạnh đáy bằng a mặt phẳng bên tạo với mặt đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N

Tính thể tích hình chóp S.ABMN theo a.

Câu V: (1 điểm) Cho 4 số thực a, b, c, d thỏa mãn: $a^2 + b^2 = 1$; $c - d = 3$ CMR: $F = ac + bd - cd \leq \frac{9 + 6\sqrt{2}}{4}$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2)

a. Theo chương trình Chuẩn :

Câu VI.a: (2 điểm)

1. Tìm phương trình chính tắc của elip (E). Biết Tiêu cỗi lợ 8 và qua điểm $M(-\sqrt{15}; 1)$.

2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ và $d_2 : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Xét vị trí tương đối của d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng qua O, cắt d_2 và vuông góc với d_1

Câu VII.a: (1 điểm)

Một hoả tiễn 5 viên bi nâu, 6 viên bi trắng và 7 viên bi vàng. Người ta chọn ra 4 viên bi từ hoả tiễn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu trong số bi lấy ra không có viên bi màu?

b. Theo chương trình Nâng cao :

Câu VI.b: (2 điểm)

1. Trong hệ trục Oxy tìm phương trình chính tắc của elip biết (E) Qua $M(-2; \sqrt{2})$ và phương trình hai tiệm cận của nó là: $x \pm 4 = 0$

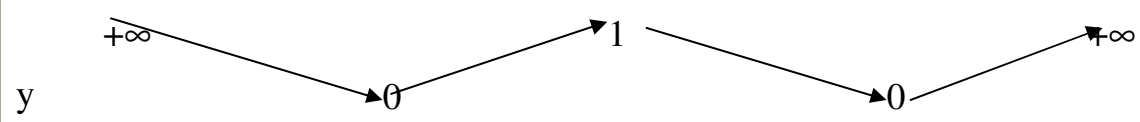
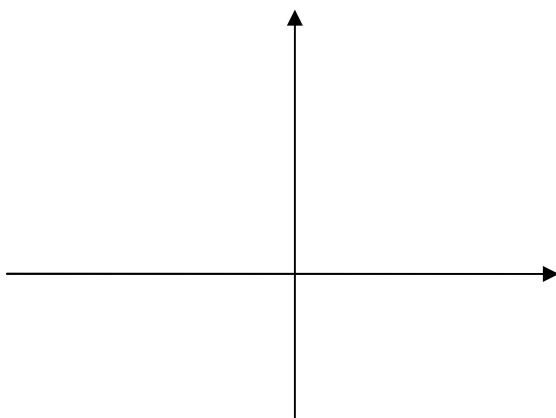
2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(0; 0; -3)$, $B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình là $3x - 8y + 7z + 1 = 0$.

Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (P) và d vuông góc với AB tại giao điểm của đường thẳng AB với (P).

Câu VII.b: (1 điểm)

Tìm hệ số x^3 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^n$ biết n thỏa mãn: $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{23}$

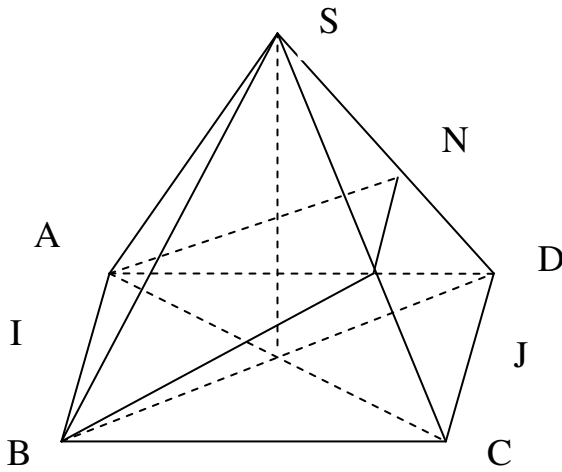
-----Hết-----

Câu	ý	Nội dung	Điểm																				
I (2điểm)	1 (1điểm)	Tìm đúng TXĐ; Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																				
		Tính đúng $y'=4x^3-4x$; $y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 1 \end{cases}$ Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr></table>  Hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-\infty;-1);(0;1)$ Hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-1;0);(1;+\infty)$ Hàm số đạt CĐ(0;1); Hàm số đạt CT(-1;0)v à (1;0)	x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+		0,5
		x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$												
y'		-	0	+	0	-	0	+															
Đồ thị : Tìm giao của đồ thị với Oy : (0;1) , với Ox : (-1;0)v à (1;0) Đồ thị nhận oy làm trục đối xứng Vẽ đúng đồ thị		0,25																					
2 (1điểm)		+Số nghiệm PT là số giao điểm của 2 đồ thị $y=x^4-2x^2+1$ v à $y=-\log_2 m$	0,25																				
		+Từ đồ thị suy ra: $\log_2 m < -1 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$:PT có 2 nghiệm phân biệt; $\log_2 m = -1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$: PT có 3 nghiệm	0,75																				

		$-1 < \log_2 m < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$: PT có 4 nghiệm phân biệt; $\log_2 m = 0 \Leftrightarrow m = 1$: PT có 2 nghiệm $\log_2 m > 0 \Leftrightarrow m > 1$: PT vô nghiệm	
II (2điểm)	1 (1điểm)	Đk: $x \in D = (-\infty; 1/2] \cup \{1\} \cup [2; +\infty)$	0,25
		$x=1$ là nghiệm $x \geq 2$: Bpt đã cho tương đương: $\sqrt{x-2} \geq \sqrt{x-1} + \sqrt{2x-1}$ vô nghiệm	0,25
		$x \leq \frac{1}{2}$: Bpt đã cho tương đương: $\sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} \geq \sqrt{1-2x}$ có nghiệm $x \leq \frac{1}{2}$ BPT có tập nghiệm $S = (-\infty; 1/2] \cup \{1\}$	0,5
	2 (1điểm)	$(\cos 3x + 3\cos x)\cos 3x + (3\sin x - \sin 3x)\sin 3x = \sqrt{2}$ $\Leftrightarrow \cos 6x + 3\cos 2x = \sqrt{2}$	0,5
		$\Leftrightarrow 4\cos^3 2x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ PT có nghiệm: $x = \pm \frac{\pi}{8} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,5
III (1,0điểm)		$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(\sin x + \cos x)^3}; I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$ đặt $x = \frac{\pi}{2} - t$ chứng minh được $I_1 = I_2$	0,25
		Tính $I_1 + I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos^2(x - \frac{\pi}{4})} = \frac{1}{2} \tan(x - \frac{\pi}{4}) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	0,5
		$I_1 = I_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow I = 7I_1 - 5I_2 = 1$	0,25

IV
(1điểm)

0,25



Dựng đúng hình

I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD; G là trọng tâm ΔSAC
 Khai thác giả thiết có ΔSIJ đều cạnh a nên G cũng là trọng tâm ΔSIJ
 IG cắt SJ tại K là trung điểm của SJ; M, N là trung điểm của SC, SD

$$IK = \frac{\sqrt{3}a}{2} ; S_{ABMN} = \frac{1}{2}(AB + MN)IK = \frac{3\sqrt{3}a^2}{8}$$

0,5

$$SK^\perp(ABMN); SK = \frac{a}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABMN} . SK = \frac{\sqrt{3} a^3}{16} \text{ (đvtt)}$$

0,25

Áp dụng bất Bunhiacopxki và giả thiết có

$$F \leq \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} - cd = \sqrt{2d^2 + 6d + 9} - d^2 - 3d = f(d)$$

0,25

$$\text{Ta có } f'(d) = (2d+3) \frac{1 - \sqrt{2(d+\frac{3}{2})^2 + \frac{9}{2}}}{\sqrt{2d^2 + 6d + 9}} \text{ và } \frac{1 - \sqrt{2(d+\frac{3}{2})^2 + \frac{9}{2}}}{\sqrt{2d^2 + 6d + 9}} < 0$$

0,5

Nên có :

$$d \quad -\infty \quad -3/2 \quad +\infty$$

f'(d) + 0 -

f(d)

V

		$f(d) \leq f(-\frac{3}{2}) = \frac{9+6\sqrt{2}}{4}$	
		Dấu bằng xảy ra khi $a = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad c = 3/2 \quad d = -3/2$	0,25
VI.a (2điểm)	1 (1điểm)	+PTCT của (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ +Gt $\Rightarrow \begin{cases} \frac{15}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \\ a^2 - b^2 = 16 \end{cases}$	0,5
		Giải hệ ra đúng kết quả $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$	0,5
	2 (1điểm)	2 đường thẳng chéo nhau	0,25
		đường thẳng Δ cần tìm cắt d_2 tại $A(-1-2t;t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (-1-2t;t;1+t)$	0,25
		$\Delta \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{u_1} = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow A(1;-1;0)$ Ptts $\Delta \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$	0,5
VII.a		Số cách chọn 4 bi từ số bi trong hộp là: C_{18}^4	0,25
		Số cách chọn 4 bi đủ 3 màu từ số bi trong hộp là: $C_5^2 C_6^1 C_7^1 + C_5^1 C_6^2 C_7^1 + C_5^1 C_6^1 C_7^2$	0,5
		Số cách chọn thỏa mãn yêu cầu là: $C_{18}^4 - (C_5^2 C_6^1 C_7^1 + C_5^1 C_6^2 C_7^1 + C_5^1 C_6^1 C_7^2) = 1485$	0,25
VI.b (2điểm)	1 (1điểm)	+PTCT của (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ +Gt $\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{2}{b^2} = 1 \\ \frac{a^2}{c} = 4 \end{cases}$	0,5
		Giải hệ ra đúng kết quả có 2 (E) thỏa mãn $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 ; \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$	0,5

VII	2 (1 điểm)	Giải đúng giao điểm AB cắt (P) tại C(2;0;-1)	0.5
		Viết đúng phương trình: $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-2}$	0.5
		Khai triển: $(1+x)^{2n}$ thay $x=1; x=-1$ và kết hợp giả thiết được $n=12$	0,5
		Khai triển: $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{24-3k}$ hệ số x^3 : $C_{12}^7 2^7 = 101376$	0,5

**Các cách làm khác đúng cho điểm tương tự*